

Uma investigação de métodos para o estudo da influência da incerteza em dados experimentais de vida acelerada

Maria Célia de Oliveira Papa (UNIMEP) mcopapa@unimep.br

Alvaro José Abackerli (UNIMEP) abakerli@unimep.br

Resumo

O aumento da competitividade tem impulsionado empresas na busca pela melhoria da qualidade e da confiabilidade dos produtos. A teoria da confiabilidade e os testes acelerados têm auxiliado na obtenção de informações mais precisas sobre os produtos e conseqüentemente da sua qualidade. Uma das formas de realizar ensaios acelerados é submetê-los ao funcionamento em condições além das nominais, pela aplicação de cargas denominadas cargas de estresse. Na realização desses ensaios é comum que as cargas de estresse sejam consideradas exatas, livres de incertezas, situação irreal na prática que pode comprometer os resultados. Para considerar a influência das incertezas é necessário ponderar suas influências no processo de cálculo da vida, o que pode ser feito por diferentes métodos matemáticos, baseados em diferentes teorias. Frente a esta necessidade, discute-se aqui métodos não paramétricos de regressão aplicados a problemas com erros nas variáveis independentes, buscando alternativas que auxiliem na análise dos erros experimentais de medição em ensaios acelerados. Três métodos são apresentados e analisados; o algoritmo SIMEX, a regressão spline e o método de calibração de regressão. Dentre eles, o algoritmo SIMEX se mostra com maior potencial no equacionamento do problema citado, constituindo-se numa abordagem promissora na análise de problemas de confiabilidade.

Palavras-chave: Ensaio Acelerado; Incerteza; Métodos não Paramétricos, Incertezas.

Introdução

O aumento da competitividade mundial tem impulsionado as empresas na busca pela melhoria contínua na qualidade e confiabilidade de seus produtos. Esta melhoria pode significar importantes vantagens para as indústrias dentro do contexto de competitividade. Dentre as diversas dimensões que compõem a qualidade, sua melhoria por meio da maior confiabilidade depende da obtenção cada vez mais precisa do intervalo de tempo estabelecido como garantia de um produto. Aqui, precisão envolve o atendimento das expectativas dos fabricantes e/ou clientes com relação ao número de produtos que falhem durante o período de garantia, bem como o conhecimento prévio dos tipos prováveis de falha neste período. Esta informação é de grande importância, pois permite o gerenciamento de outros fatores dependentes do desempenho do produto. Dentre eles, destacamos a estimação do estoque de peças de reposição, a estrutura de serviços pós-venda e até mesmo especificação das condições de uso do produto durante o período de garantia. Neste contexto, é comum estabelecer um tempo necessário para que um determinado percentual de produtos falhe neste período. Por exemplo, se desejamos obter a caracterização de falhas de 10% dos produtos, de forma a analisar a possibilidade de que esse percentual retorne em período de garantia, podemos estimar a vida típica $B_x = 10\%$ ou B_{10} como é chamada. Esta informação acerca dos B_x possibilita

estabelecer limites aceitáveis de custos incorridos da reposição ou reparo dos produtos em período de garantia.

A estatística, em particular a confiabilidade, tem potencial para contribuir nestas estimativas por meio da quantificação das chances de um produto funcionar por um determinado período de tempo, sob condições especificadas. Para Meyer (2003), a expressão matemática da confiabilidade é dada da eq. 1, onde $R(t)$ é a função de confiabilidade do produto e $P(t > t_0)$ é a probabilidade do produto funcionar por um período de tempo maior que a sua missão, ou seja, funcionar por um tempo superior a um tempo pré-estabelecido t_0 .

$$R(t) = P(t > t_0) \quad (1)$$

Para conhecermos a confiabilidade do produto, necessitamos conhecer o tempo (t_0), ou seja, o tempo mínimo esperado que o produto deva funcionar. Uma das formas de determinar se o produto atende a sua missão t_0 é determinando sua vida, neste caso, por meio de ensaios acelerados. Tais ensaios envolvem a obtenção do intervalo de tempo em que o produto funciona até falhar, em condições acima das nominais. Os dados obtidos nas condições aceleradas são então extrapolados para condições nominais, permitindo obter o tempo de vida do produto e dele a missão t_0 que o produto é capaz de atender. Segundo Nelson (1990), nos ensaios acelerados de vida, o tempo de vida do produto está em função da carga de estresse que é utilizada na realização do teste. Tais cargas de estresse, em geral, são consideradas medidas exatas. Na prática experimental nem sempre é possível a definição exata da carga, dado que na maioria das vezes é impossível obter uma medição perfeita da carga de estresse utilizada no ensaio.

Em função disso, neste artigo são discutidos alguns métodos não paramétricos de regressão, usados em problemas que contém erros na variável independente. Com ele, buscam-se métodos potenciais que auxiliem na análise das incertezas presentes na definição experimental da carga de estresse em ensaios acelerados. Para fundamentar esta investigação no item 1 é apresentada uma síntese dos principais conceitos relativos aos ensaios acelerados. No item 2 são citados alguns métodos não paramétricos com potencial para equacionamento do problema, seguido de uma análise acerca da sua viabilidade para o contexto em discussão. Finalmente, as considerações finais são apresentadas por meio de uma discussão crítica acerca dos métodos apresentados e seu potencial para estudos de confiabilidade.

1. O Ensaio Acelerado de Vida

Segundo Nelson (1990), um ensaio acelerado de vida consiste de uma variedade de métodos que intencionalmente diminuem a vida útil de um produto ou aceleram a degradação de seu desempenho. Para Vassiliou e Mettas (2002), os ensaios acelerados podem ser executados de duas formas: por meio do uso contínuo ou da aceleração pela aplicação de estresse. A primeira forma é aplicada a produtos que não funcionam continuamente, situação na qual o produto pode ser colocado em operação contínua para acelerar sua falha. A Segunda forma é aplicada a produtos que funcionam continuamente, situação em que a aceleração da falha acontece pela aplicação de cargas de estresse que excedem as condições nominais de uso, induzindo o produto a apresentar futuras falhas mais rapidamente. Este artigo está focalizado no segundo tipo de ensaio acelerado, ou seja, os ensaios de vida que utilizam cargas de estresse, uma vez que o objetivo do estudo envolve os erros existentes na definição experimental de tais cargas.

Ainda de acordo com Nelson (1990), as cargas de estresse às quais os produtos podem ser submetidos são classificadas como constantes, cíclicas, intervalares, progressivas e aleatórias. A realização de ensaio acelerado com carga de estresse constante é a mais simples e possui algumas vantagens. Primeiro, pela facilidade de manter o nível de estresse, não sendo necessário a submissão do componente e o seu acompanhamento em diferentes níveis de carregamento. Segundo, os modelos de teste acelerado para estresse constante são mais comuns e melhor verificados empiricamente. E, finalmente, a análise dos dados para estimação da confiabilidade é mais facilmente manipulada com auxílio de recursos computacionais do que seria para cargas em diferentes níveis para o mesmo componente. Para Nelson (1990), o procedimento de ensaio acelerado com cargas de estresse constantes tem sido o mais utilizado. Porém, para a realização do teste é de extrema importância a determinação da intensidade e do tipo de carga a ser aplicada, pois tal carga precisa ser apropriada ao tipo de dados que se deseja obter, além de condicionada ao tempo e aos recursos disponíveis para a realização do ensaio.

Para Vassiliou & Mettas (2002), a determinação da carga de estresse apropriada deve sempre respeitar os limites de carga que o produto suporta. Em geral, tais limites estão especificados no projeto do produto. Em casos onde não são especificados, experimentos nos qual uma pequena amostra do produto é submetida a diferentes cargas de estresse devem ser realizados. Estes experimentos devem fornecer informações sobre o nível de estresse a ser adotado.

Um fato importante que deve ser observado durante a realização do experimento é o tipo de falha que o produto apresenta. Se ele apresenta tipos de falhas incomuns às suas condições normais de uso pode ser que a carga de estresse utilizada no experimento tenha sido excessiva. Por isso, a determinação da carga de estresse é de grande importância, pois tal carga deve apenas acelerar a falha, e não causar outros tipos de falhas verificadas apenas pela aplicação excessiva de carga de estresse, durante a realização do teste.

Um dos tipos de ensaio de vida acelerado mais frequentemente utilizados é realizado a partir de um conjunto de amostras de um dado produto. Para a realização do ensaio, cada conjunto de amostras é submetido a uma carga de estresse diferente, porém contínua e teoricamente constante durante o período de teste. Para cada nível de estresse, aplicado distintamente aos diferentes conjuntos de amostras, tem-se uma distribuição de probabilidades que representa os tempos de vida dos componentes ensaiados nos diferentes níveis de estresse. Para o tratamento matemático dos resultados, tais distribuições devem ser as mesmas nos distintos níveis de estresse usados no teste, ficando a distinção entre os diferentes níveis de estresse expressas pelos parâmetros das distribuições de vida que modelam cada conjunto de amostras.

Neste caso, para análise dos dados Freitas e Colosimo (1997) sugerem que a extrapolação dos dados do teste acelerado para as condições usuais aconteça por meio de modelos de regressão apropriados. O modelo de regressão apropriado é formado de duas partes: uma parte determinística e outra probabilística.

A parte determinística é representada por relações denominadas modelos de relacionamento, que relacionam a vida do produto nos diferentes níveis de estresse e permitem sua extrapolação para condições normais de uso. Os modelos de relacionamento mais convencionais são as relações *Arrhenius* e *potência inversa*. A relação *Arrhenius* é utilizada para relacionar o tempo de falha do produto com a variável de estresse temperatura. Já a relação *potência inversa* é utilizada para modelar o tempo de falha em função de qualquer tipo de carga de estresse, como aquelas utilizadas para ensaiar isolantes, dielétricos, fadiga de metais, entre outros.

A parte probabilística do modelo é dada pelas distribuições de probabilidade já citadas, que representam os dados de vida do produto. Os modelos de probabilidade mais frequentemente

utilizados para ajustar os tempos de vida em ensaio acelerado são os de Weibull, o exponencial e o log-normal. A escolha destes modelos é uma etapa de grande importância na análise dos dados, uma vez que a opção por um modelo que não represente os dados de forma adequada poderá gerar estimativas grosseiras de vida.

Apesar dos modelos de relacionamento ser muito utilizados na prática para explicar questões importantes sobre a vida dos produtos (FREITAS e COLOSIMO, 1997), eles não consideram as incertezas de medição existentes nas cargas de estresse definidas experimentalmente. Como já discutido, na prática experimental, as cargas de estresse nem sempre são representadas por medições exatas, o que pode conduzir a estimativas de vida também incertas. Um exemplo disso é verificado nos testes de resistência em material isolante. Neste caso, um erro de aproximadamente 1% na medida de espessura (variável de estresse) produz um erro na estimativa da vida típica entre 6 a 15% (NELSON, 1990). Isso mostra que a consideração dos erros e das incertezas (ISO GUM, 2003) na determinação das cargas de estresse pode ser de grande importância na estimativa da vida do produto.

Na tentativa de análise e busca por métodos que tratem o problema de erros nas variáveis de estresse, alguns autores (Nelson, 1990) sugerem a abordagem de Fuller (1987) que trata do ajustamento de modelos de regressão com erros nas variáveis independentes. A interpretação dos modelos de relacionamento como modelos de regressão, onde as variáveis de estresse são as variáveis independentes, pode permitir que o problema de erros nos testes acelerados seja equacionado, se os condicionantes experimentais do problema puderem ser representados por meio de modelos matemáticos apropriados. Porém, em Fuller (1987), os modelos de regressão com erros nas variáveis são abordados, na maioria das vezes, de forma paramétrica, indo desde os modelos mais simples até os mais complexos. Os métodos mais utilizados pelo autor são os métodos de mínimos quadrados e máxima verossimilhança, os quais, em geral, necessitam de suposições acerca da distribuição das variáveis básicas. No item a seguir três abordagens não paramétricas são discutidas, de onde alguns indicativos para a solução do problema discutido podem ser delineados.

2. Abordagens não paramétricas

Os métodos apresentados neste artigo como potenciais soluções para o equacionamento ao problema são métodos não paramétricos. Segundo Hoel (1980), uma abordagem não paramétrica ou método livre de distribuição, não necessita de suposições acerca da distribuição das variáveis básicas. A opção por uma abordagem não paramétrica se deu em função de problemas de contorno existentes na análise de dados quando são incorporadas as incertezas de medição na variável de estresse. Um desses problemas de contorno é o próprio fato do modelo de relacionamento ser composto de uma parte determinística e outra probabilística. Desta forma, é preciso saber se a estimação dos parâmetros deste modelo pode feita por meio do mesmo procedimento utilizado em modelos de regressão com erros nas variáveis, mesmo quando são incorporadas as incertezas de medição.

2.1. Algoritmo SIMEX

Segundo Zavala (2001), vários tipos de erros podem estar associados a um determinado experimento, desde aqueles causados pela escolha de amostras não representativas, ou seja, erros decorrentes da escolha de tamanho amostral para gerar resultados que realmente sejam condizentes com a realidade do problema a ser analisado, até erros de medições feitas em laboratório. Com relação ao problema apresentado neste artigo, interessa a abordagem de erros de medição, fazendo com que, em princípio, este método possa ser investigado como

método potencial para a solução do problema discutido. De modo a acrescentar os erros inerentes a variável independente X , o autor considera as duas variáveis separadamente, uma dependente e outra independente, cada qual como seus respectivos erros, representando-as na forma dada pelas expressões 1 e 2. Nas expressões, Y é a variável dependente, e é o erro associado a Y , $f(X)$ é uma função X é o verdadeiro valor da variável independente, W é o valor estimado de X , u é o erro devido a estimação de W .

$$Y = f(X) + e \quad (2)$$

$$W = X + u \quad (3)$$

Para Zavala (2001), se $f(X)$ é uma equação de regressão, a estimação de seus parâmetros sem considerar os erros de medição pode gerar estimadores viesados. Desta forma, as predições obtidas por meio destes estimadores não serão confiáveis.

Para que os valores estimados sejam confiáveis, uma alternativa para correção do viés é a eliminação do efeito das incertezas na variável independente. Para a eliminação de tal efeito, Cook e Stefanski (1995) desenvolveram o algoritmo SIMEX. A finalidade deste algoritmo é obter a consistência de estimadores *naive* em modelos de regressão com erros aditivos nas variáveis, ou seja, estimadores chamados de ingênuos como os de mínimos quadrados.

Segundo Zavala (2001), parte-se de um modelo de regressão linear simples no qual a variável independente não possui erros de medição. A partir dele, obtém-se o estimador *naive*; neste caso, o estimador de mínimos quadrados, conforme equação abaixo.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + e_i, \text{ para } i = 1, \dots, n \quad (4)$$

Para esta equação, o estimador $\hat{\beta}_{1MQ}$ de mínimos quadrados é dado pelo seguinte modelo.

$$\hat{\beta}_{1MQ} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})}{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}, \text{ para } i = 1, \dots, n \quad (5)$$

Como se trata de um modelo que não inclui erros na variável independente, nos casos em que eles existem este estimador se torna viesado e gera predições de parâmetros não confiáveis. Para a solução deste problema amplia-se aditivamente o modelo dado na eq. 4, ficando da seguinte forma.

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + e_i \quad (6)$$

$$W_i = X_i + u_i \quad (7)$$

A partir destes modelos é possível obter a densidade conjunta dos modelos 6 e 7, considerando que a variável X possui erros de medida. Partindo da distribuição conjunta é possível obter um estimador de mínimos quadrados considerando-se os erros. Porém, para correção do viés, o algoritmo SIMEX necessita da esperança $\hat{E}(\beta_{1MQ})$ deste estimador de mínimos quadrados, que é dada na eq. 8

$$\hat{E}(\beta_{1MQ}) = \frac{\beta_1 \sigma_x^2}{\sigma_x^2 + \sigma_u^2} \quad (8)$$

Contudo, também a esperança $\hat{E}(\beta_{1MQ})$ é viesada e necessita de uma nova correção dada pelo algoritmo SIMEX na forma ilustrada na eq. 9.

$$\hat{E}(\beta_{1MQ}) = \frac{\beta_1 \sigma_x^2}{\sigma_x^2 + (1 + \lambda) \sigma_u^2}, \quad (9)$$

Como pode ser visto, a correção do viés da esperança $\hat{E}(\beta_{1MQ})$ envolve mais um parâmetro $\lambda \geq 0$ que produz por extrapolação a correção desejada quando $\lambda = -1$, resultando na forma dada pela eq. 10.

$$\hat{E}(\beta_{1MQ}) = \beta_1 \quad (10)$$

A utilização algoritmo SIMEX gerou diversos resultados que foram usados com o intuito de aperfeiçoar seu uso. Uma delas foi apresentada por Stefanski e Cook (1995), que estabeleceram uma forte relação entre este método e a técnica Jackknife, já que o Jackknife é também utilizado para reduzir o viés em estimadores para dados com erros de medida. O Jackknife é uma técnica menos recente, foi apresentada na década de cinquenta (Quenoille 1956). A relação estabelecida entre o SIMEX e o Jackknife acrescenta maior credibilidade para o procedimento de mínimos quadrados. A similaridade verificada entre liga os passos de simulação do SIMEX aos passos de *leave-j-out* do Jackknife, enquanto que os passos da extrapolação em ambos os casos são teoricamente idênticos.

Desta forma, os dois métodos podem ser utilizados com eficiência para problemas que possuem incertezas na variável independente. Apenas uma diferenciação é observada entre eles, que ocorre para casos onde a variância σ^2 é assumida conhecida. Neste caso, o método SIMEX se mostra mais eficiente em inferências estatísticas com erros de medida, porém, para casos em que σ^2 é estimado o Jackknife ou o procedimento de estimação combinado SIMEX-Jackknife poderão ser utilizados para gerar estimadores não viesados.

Considerando o exposto (ZAVALA, 2001), este algoritmo possui ampla aplicabilidade tanto para problemas paramétricos como não paramétricos, caracterizando-se por isso como um método potencial para equacionamento do problema aqui discutido. Um fator importante que contribui para a possível aplicação deste no contexto de interesse é o fato dele não necessitar de suposições teóricas acerca das distribuições, tanto das variáveis independentes quanto das incertezas.

Assim, adotando o método de mínimos quadrados para o cálculo dos parâmetros dos modelos de relacionamento (FREITAS e COLÓSIMO, 1997), nota-se que, a princípio, o algoritmo SIMEX pode ser utilizado com a finalidade de corrigir o viés existente em tais estimadores.

É importante considerarmos que, de acordo com a fundamentação acima, o sucesso da correção do viés não depende somente do processo dado pela utilização do algoritmo SIMEX. Este sucesso depende também da escolha do modelo probabilístico que melhor ajuste os dados de vida do produto, obtido em cada nível de estresse usado no teste acelerado.

2.2. Regressão *spline*

Segundo Ruppert e Carroll (1997), regressão *spline* é um tipo de função polinomial cujos segmentos são unidos por nós e cujas derivadas de maior ordem são não nulas. . A regressão *spline* possibilita a suavização da função por meio da remoção dos nós desnecessários, garantindo a continuidade da função. A aplicação deste método é simples e exige poucos recursos computacionais. Além disso, este método é amplamente aplicável, como por exemplo, para regressão multivariada, modelos de interação e estimadores semiparamétricos.

A regressão *spline* tem sido alvo de estudos para estimativas não paramétricas de funções de regressão em problemas em que a variável independente apresenta erros de medição. Muitos destes estudos são abordados pela estatística clássica. Porém, alguns autores têm estudado este problema por meio de uma abordagem Bayesiana. Pode-se considerar que uma abordagem Bayesiana se baseia em conhecer a probabilidade de ocorrência de um evento, condicionada a ocorrência de outro evento. Por exemplo, podem-se conhecer os valores da variável dependente Y , dado que a variável independente X tenha sido medida com erros.

Berry, Carroll e Ruppert (2002), apresentam uma aproximação Bayesiana para problemas de erros de tendências na variável dependente. Para a apresentação de tal aproximação, os autores modelam a função de regressão pela suavização *splines* e regressão *p-splines*. Em uma análise Bayesiana, a exploração da posteriori é uma questão de extrema importância. É considerado como a posteriori o resultado obtido a partir da ocorrência da variável de interesse, condicionado a ocorrência de um outro evento. Para a exploração da posteriori, neste caso, os autores utilizam dois métodos. O primeiro deles é o modelo interativo condicional (ICM). O ICM encontra a forma da posteriori por meio de uma rotina de maximização. Esta técnica é rápida e de fácil combinação com programas que calculam regressão *spline*. O segundo método é completamente Bayesiano e utiliza o método das cadeias de Markov Monte Carlo (MCMC), que geram observações da união das distribuições posteriores. Porém, o segundo método depende da realização do primeiro, considerando que, para a geração das distribuições posteriores, o método MCMC necessita das observações provenientes do primeiro método, ou seja, do método ICM.

A partir das estimativas da distribuição a posteriori Berry, Carroll e Ruppert (2002) realizam simulações com aproximação Bayesiana completa, as quais mostram grande flexibilidade e eficiência em relação às análises frequentistas. Considerando as equações 6 e 7, os autores mostram que propostas frequentistas consideram apenas os W_{ij} para as estimativas dos X_i , enquanto que a aproximação Bayesiana completa utiliza todas as informações contidas nos dados sobre X_i , além de extrair informações de X_i que estão contidas nos Y_i .

Deste contexto nota-se que a regressão *spline* é um método em potencial para estimativa da função de regressão no problema em estudo. A partir da distribuição dos dados este método permite que os saltos existentes entre um resultado e outro sejam amenizados, obtendo-se a curva que melhor ajusta tais dados. Os métodos que utilizam a regressão *spline*, discutidos brevemente neste artigo, são métodos fundamentalmente Bayesianos que demonstram maior flexibilidade na análise porque permitem que as informações sejam obtidas considerando tanto a variável independente como a variável dependente.

Este método é eficiente para estimação da curva de regressão e pode realizar esta estimação considerando erros nas variáveis independentes. A utilização deste método pode ser viável caso o modelo de regressão sugerido por Freitas e Colosimo (1997) não permita uma análise considerando a inserção das incertezas de medição na variável de estresse, devido às condições de contorno verificáveis experimentalmente nos ensaios acelerados de vida.

2.3. Método de calibração de regressão

O método de calibração de regressão é um procedimento e amplamente utilizado pelo fato de ser considerado um método simples, tanto em termos conceituais quanto na aplicação prática. A idéia principal do procedimento é baseada na existência de uma variável dependente ou resposta Y , relacionada a uma variável independente X , a qual não é observada diretamente. Em seu lugar, observa-se uma variável W conforme mostra a equação 7, onde W representa a variável X acrescida de incertezas. De posse destas informações, os coeficientes são

estimados a partir da substituição dos valores de X pelo X_{RC} estimado, o qual é também uma função de W . As estimativas de β obtidas por este método são consistentes para regressão linear. Apesar de estimativas consistentes, as previsões feitas a partir de tais estimadores podem ser viesados, sendo que, para o caso particular da regressão logística, os vieses são pequenos.

Alguns métodos apresentados para problemas de regressão com erros na variável independente são baseados no método de calibração. Dentre eles, citamos o novo método introduzido por Freedman, Fainberg, Kipnis, Midthune e Carroll (2004). Este método é denominado reconstrução de momentos, o qual é utilizado para correção de medidas de erros nas covariáveis em modelos de regressão. A idéia central do método é similar ao procedimento de calibração de regressão e os valores das covariáveis, que são medidas com erros, são substituídos por valores calibrados.

Na calibração de regressão, o valor ajustado é a esperança condicional do valor real ao valor medido. No método de reconstrução de momentos, o valor ajustado é a estimativa Bayesiana empírica da variância do valor real, condicional a variável dependente. Os autores mostram que o método de reconstrução de momentos apresenta os mesmos resultados do procedimento de calibração de regressão, para regressão linear. Porém, em situações onde é utilizado o caso particular da regressão logística, o método de reconstrução de momentos apresenta menos viés que o método de calibração de regressão.

Desta forma, apesar de apresentar bons resultados para o caso da regressão logística, o método de calibração de regressão pode não cobrir as suposições necessárias para o caso dos modelos de relacionamento, ou mesmo apresentar estimadores viesados.

3. Considerações Finais

Neste artigo três métodos foram colocados em discussão visando obter um panorama sobre as formas de solução de problemas de regressão com erros na variável independente, aplicado ao contexto dos ensaios acelerados.

Mesmo com algumas diferenças entre os modelos de relacionamento e os modelos de regressão, em princípio, os métodos apresentados têm potencial para aplicações práticas, particularmente por serem métodos não paramétricos que não necessitam de informações acerca das variáveis básicas e dos termos de erro (incertezas).

Pela exposição de cada método pode-se verificar que o algoritmo SIMEX apresenta maior potencial para o problema em questão, devido às alternativas de contorno para os condicionantes experimentais dos ensaios acelerados e não necessariamente à sua eficiência. Ou seja, em princípio, o método tem potencial para corrigir o viés da estimativa mesmo com os estimadores obtidos por meio dos modelos de relacionamento.

Sobre a regressão *spline*, tudo indica que o método seria restrito no problema completo em questão exatamente pelo fato do mesmo ser dedicado ao ajuste de curvas de regressão, que têm algumas diferenças em relação aos modelos de relacionamento. Apesar disso, a discussão deste método é importante na medida em que favorece a abordagem do problema da incerteza na variável de estresse no ajuste dos dados; ou seja, na primeira etapa do teste quando se ajusta um modelo de distribuição aos dados de vida de um conjunto de amostra do produto.

Com relação à calibração de regressão, o método apresentado se mostra viesado para casos em que não é realizada uma regressão logística. Porém, um aprofundamento teórico pode ser

interessante para considerar o impacto do viés deste método usado com os modelos de relacionamento.

Conforme proposto e esperado, a investigação de métodos potenciais para a análise do problema em questão revela complexidades interessantes de pelo menos duas naturezas. Uma é relativa à necessidade de selecionar métodos cujas hipóteses teóricas possam ser suficientemente garantidas nos experimentos. A outra, é a necessidade de ajustar as premissas de duas teorias distintas, de um lado os pressupostos dos modelos de relacionamento e de outro o tratamento de erros (incertezas) na variável independente. De qualquer forma, a complexidade do problema em investigação ainda está por ser revelada, sendo neste momento a motivação dos problemas aqui colocados em discussão.

4. Referências Bibliográficas

BERRY, S. M; CARROLL R.J; RUPPERT D. Bayesian Smoothing and Regression Splines for Measurement Error Problems, Journal of the American Statistical Association, Vol. 97(457), p. 160-169, March 2002.

COOK, J; STEFANSKI, L.A. A Simulation Extrapolation Method for Parametric Measurement Error Models, Journal of the American Statistical Association, Vol. 89, p. 1314-1328, 1995.

FREEDMAN, L. S; FAINBERG, V; KIPNIS, V; MIDTHUNE, D; CARROLL, R. J. A New Method for Dealing with Measurement Error in Exploratory Variables of Regression Models, Biometrics, Vol. 60, p. 172-181, March 2004.

FREITAS, M. A; COLOSIMO E. A. Confiabilidade: Análise de Tempo de Falha e Teste de Vida Acelerados , Volume 12, 1ª edição, Fundação Christiano Ottoni, Escola de Engenharia da UFMG, Belo Horizonte, 1997.

FULLER, W. A. Measurement error models, John Wiley and Sons, United States of American, 1987. 440 p.

HOEL, P. G. Estatística Matemática, 4ª edição, Editora Guanabara Koogan, S.A., Rio de Janeiro, 1980.

ISO GUN Guia para a Expressão da Incerteza de Medição ISO GUN, Terceira Edição, P. 1-120, Rio de Janeiro: ABNT, INMETRO, 2003.

MEYER, P. L. Probabilidade: Aplicações a Estatística, Editora Livros Técnicos e Científicos, 2ª Edição, Rio de Janeiro, 1983.

NELSON, W. Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans, and Data Analysis, John Wiley and Sons, New York, 1990. 601 p.

RUPPERT, D; CARROLL, R. J. Penalized Regression Splines, June, 1997.

STEFANSKI, L. A.; COOK, J. Simulation-Extrapolation: The Measurement Error Jackknife, Journal of the American Statistical Association, Vol. 90, p. 1247-1256, December 1995.

VASSILIOU, P.; METTAS, A. Understanding Accelerated Life – Testing Analysis Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium, Arizona, p. 1 – 14, 2002.

ZAVALA, A. A. Z. Análise Comparativa dos Algoritmos EM e SIMEX nos Modelos Lineares Mistos Aplicados a Análise de Regressão com Erros nas Variáveis, Dissertação (Mestrado em Estatística) - Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, São Paulo, 2001.

Agradecimentos

Os autores deste trabalho agradecem o CNPq pelo apoio concedido na realização deste projeto.