

## **Modelagem do volume do tronco do *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden.**

**João Eduardo da Silva Pereira (UFSM) jesp61@smail.ufsm.br**

**Angela Pellegrin Ansuj (UFSM) angela@smail.ufsm.br**

**Ivanor Müller (UFSM) ivanormuller@smail.ufsm.br**

**Janete Pereira Amador (UFSM) janeteamador@hotmail.com**

### **Resumo**

*Neste trabalho, estimou-se por meio de um modelo polinomial em esquema Stepwise progressivo o volume do tronco do Eucalyptus grandis Hill ex Maiden., em função da altura ( $h_i$ ) e do diâmetro à altura do peito (dap). Foram utilizadas 40 árvores, com dap entre 8,0 cm e 74,0 cm, originárias de florestas de propriedade da Aracruz Celulose S.A., localizadas em hortos florestais da Depressão Central e do Escudo Sul-Riograndense, no Rio Grande do Sul. Os resultados obtidos mostraram que é possível estimar o volume do Eucalyptus grandis Hill ex Maiden. para as florestas dessa propriedade através da metodologia proposta baseada apenas na medida de dap e na estimação da altura para um diâmetro mínimo de 0,25 m pois os valores estimados para 23 árvores com dap superior a 0,33 m aproximam-se dos valores reais, com um coeficiente de determinação  $R^2 = 0,9612$ .*

*Palavras-chave: Modelagem polinomial; Eucalyptus grandis; Stepwise progressivo.*

### **1. Introdução**

O *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden., no Rio Grande do Sul, é uma espécie amplamente utilizada nos florestamentos e reflorestamentos. Esta espécie é de extrema importância devido a seu rápido desenvolvimento, além do aproveitamento da madeira como fonte energética, bem como para a fabricação de celulose, aglomerado, construção civil e, mais recentemente, como madeira serrada, entre outros.

Para proporcionar o uso múltiplo do tronco de uma árvore em povoamentos florestais, faz-se necessário o conhecimento da forma do tronco, do volume e dimensão dos seus sortimentos, possibilitando assim, o planejamento e o estudo da viabilidade econômica do povoamento.

A forma das árvores possui uma variação muito grande dentro da floresta. Esta variação ocorre devido à diminuição do diâmetro em direção ao topo da árvore, que é conhecida como “taper” ou afilamento, afetando diretamente o volume e variando com a espécie, idade, espaçamento entre árvores e condições do sítio.

Nos últimos anos, observa-se, na literatura, um crescente aumento no interesse em estimar o volume comercial até alturas ou diâmetros definidas na parte superior do tronco, com a finalidade de saber qual a porção do tronco que poderá ser utilizada em produtos específicos.

A equação de forma de tronco permite conhecer o diâmetro a uma determinada altura ou comprimento de tora, bem como o comprimento em que se encontra um determinado diâmetro, permitindo direcionar a tora segundo sua mais rentável utilização.

A utilização de equações de forma de tronco possibilita descrever o perfil do tronco e, por integração, obter a estimativa do volume total e parcial em diferentes seccionamentos com grande precisão, permitindo também a confecção das tabelas de sortimentos.

Nesse aspecto, torna-se importante um estudo para determinar um modelo que melhor se ajuste na determinação do volume do tronco do *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden. com o menos número de variáveis.

## 2. Revisão da Literatura

### 2.1 Forma de tronco

Desde o século passado, a forma do tronco de espécies florestais vem sendo estudada, o que é demonstrado pelo grande número de publicações encontrado na literatura técnico-científica.

O fuste das árvores apresenta formas bastante variáveis, modificando-se de acordo com a espécie e até mesmo dentro da mesma espécie. A forma varia de indivíduo para indivíduo, conforme as condições edafo-climáticas, os tratamentos silviculturais e a posição sociológica em que cada árvore se desenvolve. A forma também varia ao longo da idade, quer como um fenômeno evolutivo natural, ou como resultado das várias fases de concorrência relativas às árvores vizinhas (GOMES, 1957; LARSON, 1963; FINGER *et al.*, 1995).

Segundo Borges (1981), do ponto de vista dendrométrico, a forma do fuste de árvores, genericamente, é a sua configuração externa que, a rigor, não se identifica com a forma de um sólido geométrico específico, mas sim com várias formas, segundo a posição considerada no tronco. De maneira restrita, a forma do fuste pode ser associada ao termo “afilamento”, que representa a redução do diâmetro com o aumento da altura, tendência natural que ocorre na maioria das espécies e que, como tal, pode ser expressa como uma função matemática que descreve a tendência dessa variação. O afilamento do tronco ou “taper” tem sido definido como o decréscimo em diâmetro a partir da base do fuste para a sua extremidade superior (ápice).

Schneider (1993) coloca que, independentemente das irregularidades das secções transversais dos troncos, as árvores possuem determinado tipo de forma de tronco que varia com a espécie e em função de vários fatores, como o sítio, a densidade do povoamento, a intensidade do vento que age sobre a copa das árvores, e as intervenções silviculturais aplicadas aos povoamentos, como os desbastes e a desrama.

Silva (1974) e Finger (1992) observaram que a forma do tronco das árvores é bastante variada. Isto, segundo os autores, acontece em razão do meio ambiente, da espécie, idade, do manejo a que são submetidos e também de suas aptidões genéticas.

Os modelos dendrométricos visam analisar a cubagem das árvores através de recursos matemáticos, comparando os sólidos geométricos de revolução às formas naturais das árvores, com o objetivo de determinar seu volume. Esses sólidos são chamados de “protótipos dendrométricos” ou “sólidos padrões”, os quais são comparáveis à forma do tronco ou a partes deste. Finger (1992) acrescenta que o estudo matemático dos volumes das árvores considera suas secções circulares, embora se saiba que elas não são perfeitamente circulares.

Hohenadl *apud* Silva (1974), mostrou que as árvores dominantes desenvolviam na base maior incremento relativo que o necessário, a fim de poderem suportar o peso do tronco. Com isso,

concluiu que, de maneira geral, as árvores não apresentam uma forma homogênea, característica da espécie, mas assumem diversas formas geométricas em função das variáveis genéticas, ambientais e silviculturais.

A partir deste conhecimento, várias pesquisas foram desenvolvidas para definir a forma do tronco das árvores procurando demonstrar como se obter diâmetros e respectivos volumes a partir de alturas relativas (CAMPOS *et al.*, 1982).

## 2.2 Funções de forma de tronco

A função de forma de tronco é uma descrição matemática do perfil longitudinal de um tronco, sendo desenvolvida com o propósito de permitir estimativas de forma e volume de uma árvore, baseando-se somente no seu diâmetro à altura do peito ( $d_{1,30}$ ) e na altura total ( $h$ ).

Embora seja complexa a definição de uma função de forma, os benefícios de um sistema analítico compatível para forma e volume são evidentes, correspondendo à quantificação das estimativas do volume de matéria-prima, produtos e resíduos, antes do desbaste das árvores.

O uso de funções de forma de tronco assume significativa importância para os estudos envolvidos com a quantificação do volume de madeira quando são estabelecidos padrões de dimensão para a utilização do material lenhoso. Funções matemáticas de forma são também úteis na descrição analítica dos efeitos de diferentes espaçamentos e intensidades de poda e desbaste sobre a forma dos troncos.

Munro *apud* Kozak *et al.* (1969) propõe uma simples função parabólica para estimar a forma de tronco, com a vantagem de esta poder ser ajustada pelo método dos mínimos quadrados.

De acordo com Ahrens (1982) e Figueiredo-Filho *et al.* (1993), a utilização de funções de forma de tronco, no Brasil, pode ser datada a partir dos anos setenta.

Vários autores, dentre os quais Ahrens (1982) e Schneider (1993), citam que as funções de forma de tronco atuam como ferramenta para predizer o diâmetro em qualquer ponto do tronco a partir de uma ou duas variáveis medidas. Estas funções passaram a ser utilizadas também para estimar o volume do povoamento e construir tabelas de volume e sortimento para diferentes limites de dimensões de toras impostos pelo mercado.

No mesmo sentido, Leite & Guimarães (1992) e Garcia *et al.* (1993) citam que os modelos matemáticos para descrever o perfil de troncos de árvores passaram a ser ferramentas importantes na obtenção de estimativas mais realísticas do volume de partes do tronco. Dentre os principais modelos empregados, incluem-se:

- a) Modelos Polinomiais: são aqueles baseados principalmente na comparação entre a variável dependente  $(d_i/d_{ap})^2$  ou  $(d_i/d_{0,1})^2$  e os polinômios formados pela variável independente  $(h_i/h)$ ;
- b) Modelos Sigmoidais: utilizam transformações de variáveis de modo que o modelo se assemelha à forma natural dos troncos. Tratam-se de expressões matemáticas que geram um perfil semelhante a uma curva sigmóide;
- c) Modelos Segmentados: consistem no uso de submodelos justapostos, cada um representando uma porção do tronco. A união dos submodelos se dá por meio da imposição de restrições ao modelo geral (Funções Spline, nas quais predominam a cúbica e a quadrática);
- d) Modelos definidos por Análise Multivariada: baseiam-se na aplicação de análise multivariada, análise de componentes principais, para investigar as variações existentes na

estrutura dos dados e definir o modelo de regressão a ser utilizado para descrever o perfil do tronco.

Como procedimento alternativo, Max & Burkhart (1976) utilizaram a regressão para modelar a forma do tronco. Esse método separou o tronco em três partes, as quais foram representadas por três submodelos que, acrescidos de duas constantes (“*join points*”), produziram uma função de forma polinomial global e segmentada.

A técnica de modelagem empregada para descrição do perfil de troncos vem sendo utilizada com êxito. Um modelo pode ser definido como compatível ou não, quando a estimativa do volume total, obtida por integração de segmentos do tronco, é semelhante àquela dada pela equação de volume, da qual a equação de forma foi derivada (MUNRO & DEMAERSCHALK, 1974).

De acordo com Borges (1981), Köehler (1982), Silva (1982), Friedl (1989), Moura (1994), Finger *et al.* (1995), Figueiredo-Filho *et al.* (1996) e Schneider *et al.* (1996), alguns modelos de funções de forma foram e são utilizados para expressar a forma do tronco de espécies florestais. Esses modelos possuem como variáveis o diâmetro à altura do peito, diâmetros a partir das alturas relativas e a altura total.

### 3. Metodologia

#### 3.1 Características da área de estudo

Os dados para o presente estudo foram coletados em povoamentos florestais de propriedade da Empresa Aracruz Celulose S.A., com sede no Município de Guaíba, a 30 Km de Porto Alegre, no Estado do Rio Grande do Sul, em talhões do Horto Florestal Passo da Estância, do Horto Florestal Barba Negra e do Horto Florestal Calderon. A área de estudo localiza-se a 30<sup>o</sup> 20' de latitude sul e 51<sup>o</sup> 26' de longitude oeste do Meridiano de Greenwich. A altitude desta região situa-se em torno de 100 metros.

A espécie estudada foi o *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden., pertencente à família Myrtaceae que conta com cerca de 600 espécie além do grande número de variedades e híbridos. É tradicionalmente cultivada em toda a região sul do país para diferentes utilizações da madeira.

Os povoamentos florestais foram implantados em espaçamento de 3 x 2 metros, perfazendo 1666 árvores por hectare no momento do plantio. Estes povoamentos foram desbastados ao longo do tempo com o objetivo inicial de preparar uma área para produção de sementes, remanescendo aos 15 anos, aproximadamente, 200 árvores por hectare.

#### 3.2 Procedimentos adotados

Para analisar o volume do tronco considerou-se o diâmetro em função da altura e do diâmetro a altura do peito. Foram utilizadas 40 árvores, com uma amplitude diamétrica de 8,0 a 74,0 cm de dap. As medidas de diâmetro foram tomadas utilizando-se o método de Smalian, com secções nas posições de 0,10m; 0,30m; 1,30m e, a partir deste ponto, de 1,0 em 1,0 metro, até o ápice das árvores. As 40 árvores estudadas originaram 1615 pares de dados das variáveis dependente (diâmetros) e independentes (altura e diâmetro à altura do peito).

A metodologia utilizada para a determinação do volume do tronco obedeceu uma seqüência de procedimentos descritos a seguir:

Para a modelagem do diâmetro considerou-se:

$$\text{diâmetro} = f(\text{dap}, h), \text{ onde } \text{dap} = \text{diâmetro a altura do peito e } h = \text{altura.}$$

$f(dap, h) = \beta X + \varepsilon$ , onde  $\beta$  = matriz de parâmetros  $[1, n]$ ,  $X$  = matriz desenho  $[n, 1]$  e  $\varepsilon$  = matriz de erros  $[n, 1]$ .

Para a obtenção da área de secção considerou-se:

$$\text{Área de secção} = g(dap, h), \text{ onde } g(dap, h) = \frac{\pi}{4} [f(dap, h)]^2.$$

A modelagem do volume do tronco foi assim determinada:

Volume do tronco =  $v(dap, h)$ , onde  $v(dap, h) = \int_0^{h^*} g(dap, h) d(h)$  e  $h^* = f^{-1}(dap, h)$ , para um valor de diâmetro mínimo de 0,25m.

A análise dos resultados foi feita por meio de pacotes computacionais, Statistica versão 5,0 e o Excel.

#### 4. Resultados e Discussão

Os resultados encontrados por ordem de entrada das variáveis explicativas altura e diâmetro à altura do peito para o esquema Stepwise estão apresentados na Tabela 1.

Variáveis	Ordem de entrada	Coefficiente de determinação múltiplo	Coefficiente de determinação ajustado	F	Nível de significância
Altura	1	0,511957	0,511957	1692,04	0,000000
DAP	2	0,935281	0,423324	10544,09	0,000000
Altura <sup>4</sup>	3	0,950611	0,015330	500,05	0,000000
Altura <sup>2</sup>	4	0,955517	0,004906	177,55	0,000000
Altura <sup>3</sup>	5	0,959786	0,004269	170,81	0,000000
Altura <sup>2</sup>	6	0,961223	0,001437	59,58	0,000000

Tabela 1 – Resultados por ordem de entrada das variáveis explicativas

O modelo polinomial que melhor ajusta o diâmetro do tronco em função da altura e do diâmetro à altura do peito é expressa pela seguinte equação:

$$\text{diâmetro} = 0,09436 - 0,02095.h + 1,029698.dap + 0,00000031h^4 + 0,001191.h^2 - 0,000035h^3 - 0,397621dap^2$$

Variáveis	Parâmetro ( $\beta$ )	Erro padrão de $\beta$	t	Nível de significância
Intercepto	0,094360	0,007298	12,9304	0,000000
Altura	-0,020950	0,000775	-27,0465	0,000000
dap	1,029698	0,039563	26,0265	0,000000
Altura <sup>4</sup>	0,00000031	0,000000	10,6732	0,000000
Altura <sup>2</sup>	0,001191	0,000074	16,0549	0,000000
Altura <sup>3</sup>	-0,000035	0,000003	-13,7726	0,000000
dap <sup>2</sup>	-0,397621	0,051511	-7,7191	0,000000

Tabela 2 – Parâmetros, erro padrão das estimativas e os níveis de significância

O modelo encontrado apresentou um nível de significância de  $P < 0,00000$  com um Coeficiente de Determinação ( $R^2$ ) = 0,9612.

A Tabela 3 apresenta os valores reais e os valores estimados pelo modelo encontrado, para um conjunto de árvores com diâmetro à altura do peito superior a 0,33 m.

Dap	$h^*$	h obs. p/diâm.=0,25 m	Volume Estimado	Volume Calculado (real)	Diferença	Volume Acumulado	Diferença acumulada	Erro acumulado (%)
33,0	13,0	15,30	0,9600	1,0208	-0,0608	1,0208	-0,0608	-0,0596
34,0	15,0	16,30	1,1088	1,0639	0,0449	2,0847	-0,0159	-0,0076
35,0	16,0	16,30	1,2140	1,2195	-0,0055	3,3042	-0,0214	-0,0065
35,5	17,0	17,30	1,2931	1,2634	0,0297	4,5676	0,0083	0,0018
36,0	18,0	17,30	1,3734	1,2567	0,1167	5,8243	0,1250	0,0215
37,5	19,8	18,30	1,5632	1,4130	0,1502	7,2373	0,2752	0,0380
38,5	20,8	19,30	1,6855	1,5832	0,1023	8,8205	0,3775	0,0428
38,5	20,8	19,30	1,6855	1,5524	0,1331	10,3729	0,5106	0,0492
42,0	24,0	20,30	2,1298	1,8162	0,3136	12,1891	0,8242	0,0676
42,5	24,8	23,30	2,2139	2,1532	0,0607	14,3423	0,8849	0,0617
44,0	26,0	25,30	2,4109	2,4312	-0,0203	16,7735	0,8646	0,0515
45,0	26,6	25,00	2,5359	2,3435	0,1924	19,1170	1,0570	0,0553
45,5	27,0	26,30	2,6045	2,5906	0,0139	21,7076	1,0709	0,0493
45,5	27,0	24,30	2,6045	2,3292	0,2753	24,0368	1,3462	0,0560
46,5	27,7	24,30	2,7383	2,4540	0,2843	26,4908	1,6305	0,0615
48,0	28,7	29,30	2,9411	3,2553	-0,3142	29,7461	1,3163	0,0443
48,5	29,0	29,00	3,0082	3,3697	-0,3615	33,1158	0,9548	0,0288
49,5	29,6	28,30	3,1438	3,2351	-0,0913	36,3509	0,8635	0,0238
49,5	29,6	27,30	3,1438	3,2424	-0,0986	39,5933	0,7649	0,0193
52,0	30,0	30,30	3,4351	3,9527	-0,5176	43,5460	0,2473	0,0057
56,5	30,9	30,30	3,9640	3,7387	0,2253	47,2847	0,4726	0,0100
57,5	33,5	30,30	4,2448	4,1382	0,1066	51,4229	0,5792	0,0113
59,5	34,3	34,50	4,5238	4,9223	-0,3985	56,3452	0,1807	0,0032

Tabela 3 – Comparação entre os valores reais e os previstos para 23 árvores com dap superior a 0,33m

## 5. Conclusão

Os resultados obtidos no presente trabalho, mostraram que é possível estimar o volume do *Eucalyptus grandis* Hill ex Maiden. para as florestas de propriedade da Aracruz Celulose S.A., localizadas em hortos florestais da Depressão Central e do Escudo Sul-Riograndense, no Rio Grande do Sul através da metodologia proposta, baseada apenas na medida do dap e da estimação da altura para um diâmetro mínimo de 0,25m. A estimação do volume por modelos polinomiais progressivos mostrou-se robusto para as condições experimentais avaliadas.

## Referenciais

- AHRENS, S. *Análise de componentes principais e a simulação da forma do tronco*. In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS: o uso de funções de forma de tronco em estudos de volumetria de espécies florestais, 5., 1982, Curitiba. *Anais ...* Curitiba: EMBRAPA, URPFC, 1982. p. 77-92.
- BORGES, J.F. *Seccionamento do fuste de Pinus taeda L. para obtenção do volume de madeira serrada através da função polinomial*. 1981. 81 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, 1981.
- CAMPOS, J.C.C.; ZUCONI, J.M.; RIBEIRO, J.C. *Teste de um novo modelo para expressar "taper"*. In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS: o uso de funções de forma de tronco em estudos de volumetria de espécies florestais, 5., 1982, Curitiba. *Anais ...* Curitiba: EMBRAPA, URPFC, 1982. P. 47-50.
- FIGUEIREDO FILHO, A., OLIVEIRA, C.G., MOURA, J.B. *et al. Conservação de equações de volume em equações de forma compatíveis para Pinus elliottii*. In: CONGRESSO FLORESTAL PANAMERICANO, 1., CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 7., 1993. Curitiba. *Anais ...* Curitiba: SBS/SBEF, 1993. p. 501-504.

- FIGUEIREDO FILHO, A., BORDERS, B.E., HITCH, K.L. Taper equations for *Pinus taeda* plantations in Southern Brazil. *Forest Ecology and Management*, v. 83, p. 39-46, 1996.
- FINGER, C.A.G. *Fundamentos de biometria florestal*. Santa Maria: UFSM, CEPEF - FATEC, 1992. 269 p.
- FINGER, C.A.G., ZANON, M.L.B., SCHNEIDER, P.R. *et al.* Funções de forma para *Eucalyptus dunnii* Maiden, implantados na depressão central e encosta do sudeste do Rio Grande do Sul. Santa Maria - RS. *Ciência Rural*, v. 25, n. 3, p. 399-403, 1995.
- FRIEDL, R.A. *Dinâmica de forma dos fustes em povoamentos plantados de Araucaria angustifolia (Bert.) O. Ktze.* 1989. 166 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Florestal) - Universidade Federal do Paraná, 1989.
- GARCIA, S.L.R., LEITE, H.G., YARED, J.A.G. *Análise do perfil do tronco de Morototó (Didymopanax morototoni) em função do espaçamento.* In: CONGRESSO FLORESTAL PANAMERICANO, 1., CONGRESSO FLORESTAL BRASILEIRO, 7., 1993, Curitiba. *Anais ...* Curitiba: SBS/SBEF, 1993. p. 485-491.
- GOMES, A.M.A. *Medição dos arvoredos*. Lisboa: Livraria Sá da Costa. 1957. 413 p.
- KÖEHLER, H.S. *Funções de forma em inventários florestais: implementação e processamento do sistema.* In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS: o uso de funções de forma de tronco em estudos de volumetria de espécies florestais, 5., 1982, Curitiba. *Anais ...* Curitiba: EMBRAPA, URPFC, 1982, p. 93-96.
- KOZAK, A.; MUNRO, D.D. & SMITH, J.H.G. Taper Functions and their Applications in Forest Inventory. *For Chron.*, v. 45, n. 4, p. 278-283. 1969.
- LARSON, P.R. Stem form development of forest tree. Washington: *Forest Science Monographs*, 1963, p. 1-41.
- LEITE, H.G. & GUIMARÃES, D.P. Um novo modelo para descrever o perfil do tronco. *Revista Árvore*, v.16, n. 2. 1992.
- MAX, T.A. & BURKHART, H.E. Segmented polynomial regression applied to taper equations. *For. Sci.*, v. 22, n. 33, p. 283-289, 1976.
- MOURA, J.B. *Estudo da forma do fuste e comparação de métodos de estimativas volumétricas de espécies florestais da Amazônia Brasileira.* 1994. 114 p. Dissertação (Mestrado em Ciências Florestais) - Universidade Federal do Paraná, 1994.
- MUNRO, D.D. & DEMAERSCHALK, J. Taper-based versus volume based compatible estimating systems. *For. Chron.*, v. 50, n. 5, p. 197-199, 1974.
- SCHNEIDER, P.R. *Introdução ao manejo florestal*. Santa Maria -UFSM/CEPEF-FATEC, 1993. 348 p.
- SCHNEIDER, P.R.; FINGER, C.A.G.; KLEIN, J.E.M. *et al.* Forma de tronco e sortimentos de madeira de *Eucalyptus grandis* Maiden. para o Estado do Rio Grande do Sul. *Ciência Florestal*. v. 7, n. 1, p. 85-91. 1996.
- SILVA, J.A. *Seleção de parcelas amostrais aplicadas em povoamentos de Pinus taeda L. para fins biométricos em Santa Maria - RS.* 1974. 87 p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Rural) - Universidade Federal de Santa Maria, 1974.
- SILVA, J.A. *Funções de forma dos troncos de Pinus taeda, Picea excelsa, Abies alba e Pinus sylvestris.* In: SEMINÁRIO SOBRE ATUALIDADES E PERSPECTIVAS FLORESTAIS: o uso de funções de forma de tronco em estudos de volumetria de espécies florestais, 5., 1982, Curitiba. *Anais ...* Curitiba: EMBRAPA, URPFC, 1982. p. 29-45.